CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

PESEL

Miejsce na naklejkę.
Sprawdź, czy kod na naklejce to **M-100**.
Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Egzamin maturalny ***Formuła 2023***

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Symbol arkusza
MMAP-P0-**100**-2408

DATA: **20 sierpnia 2024 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **46**

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

- ☐ dostosowania zasad oceniania
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią
- ☐ nieprzenoszenia odpowiedzi na kartę.

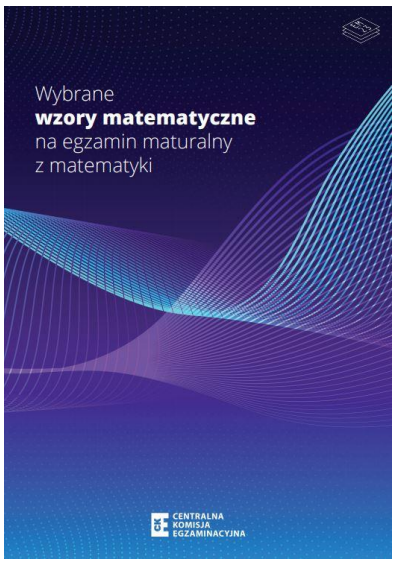
Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.

Układ graficzny
© CKE 2022

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 31 stron (zadania 1–30). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Symbol  zamieszczony w nagłówku zadania oznacza, że rozwiązanie zadania zamkniętego musisz przenieść na kartę odpowiedzi. Ocenie podlegają wyłącznie odpowiedzi zaznaczone na karcie odpowiedzi.
4. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ⓫ i zaznacz właściwe.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
7. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
8. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w tabelkach przeznaczonych dla egzaminatora. Tabelki umieszczone są na marginesie przy odpowiednich zadaniach.
10. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
11. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.



Zadania egzaminacyjne są wydrukowane na następnych stronach.

Zadanie 1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba wszystkich całkowitych rozwiązań nierówności $|x+1|<3$ jest równa

A. 2 **B.** 3 **C.** 5 **D.** 7

Brudnopis

Zadanie 2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\left(\frac{4}{25}\right)^{-0,5}$ jest równa

A. $0,04$ **B.** $0,8$ **C.** $2,5$ **D.** $0,4$

Brudnopis

Zadanie 3. (0–2)

3.
0–1–2

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $(2n+5)^2+3$ jest podzielna przez 4.

4.
0–1–2

Zadanie 4. (0–2)

Uzupełnij zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w wykropkowanych miejscach.

Prawdziwe są równości: ..... oraz ..... .

A. $\log_2 16 + \log_2 9 = \log_2 25$

B. $\log_2 16 + \log_2 9 = 2 \cdot \log_2 5$

C. $\log_2 16 + \log_2 9 = \log_2 144$

D. $\log_2 16 + \log_2 9 = \log_4 144$

E. $\log_2 16 + \log_2 9 = 4 + 2 \cdot \log_2 3$

F. $\log_2 16 + \log_2 9 = 2 \cdot \log_4 12$

Brudnopis

Zadanie 5. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$\frac{3(6-x)}{17} \leq 3$$

jest przedział

A. $(-\infty, -11)$ **B.** $(-\infty, -11]$ **C.** $(-11, +\infty)$ **D.** $[-11, +\infty)$

Brudnopis

Zadanie 6. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie $\frac{x(x+5)(2-x)}{2x+4} = 0$ w zbiorze liczb rzeczywistych ma dokładnie

A. dwa rozwiązania: (-5) oraz 2.

B. dwa rozwiązania: (-5) oraz 0.

C. trzy rozwiązania: (-5), 0 oraz 2.

D. cztery rozwiązania: (-5), (-2), 0 oraz 2.

Brudnopis

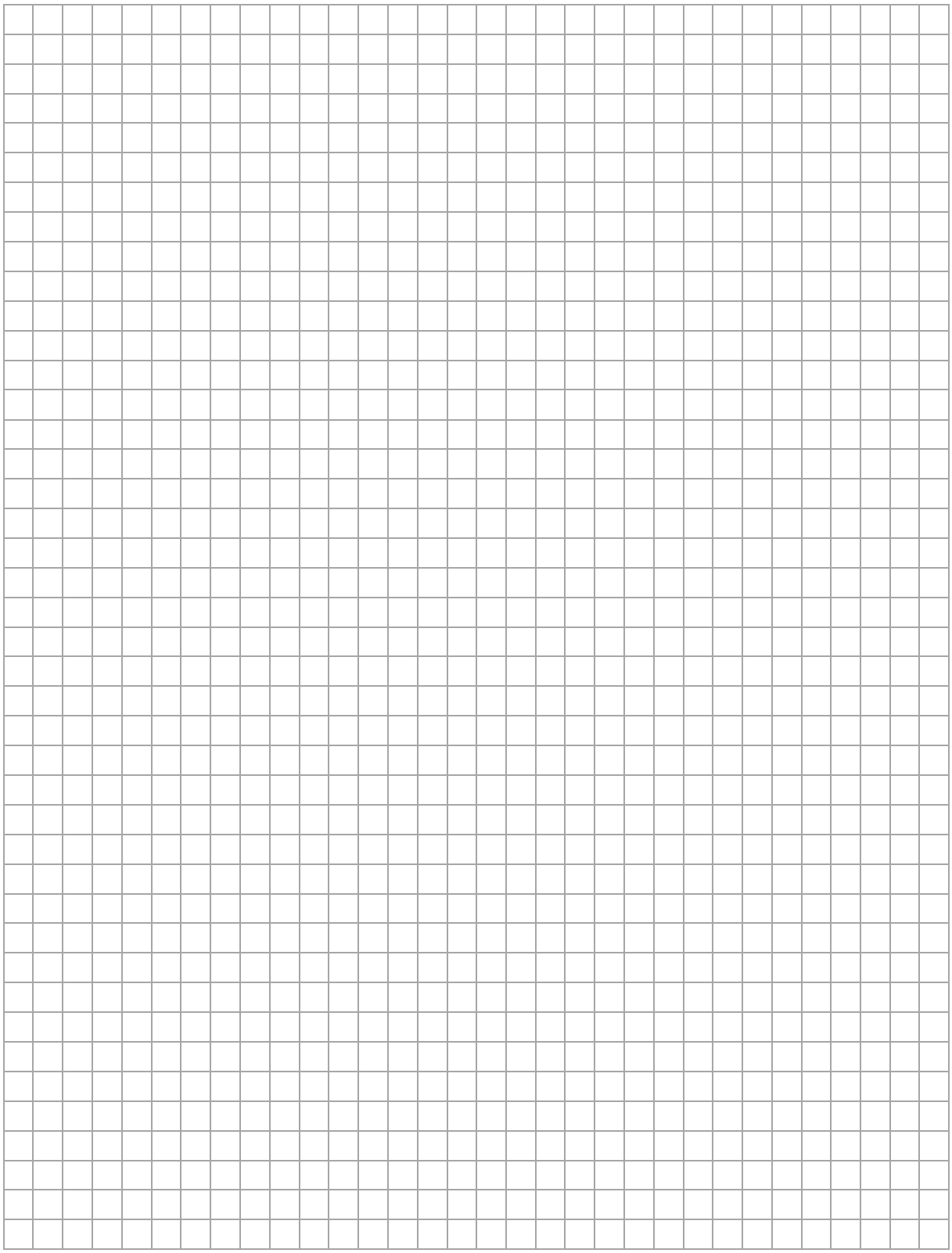
7.
0–1–2–3

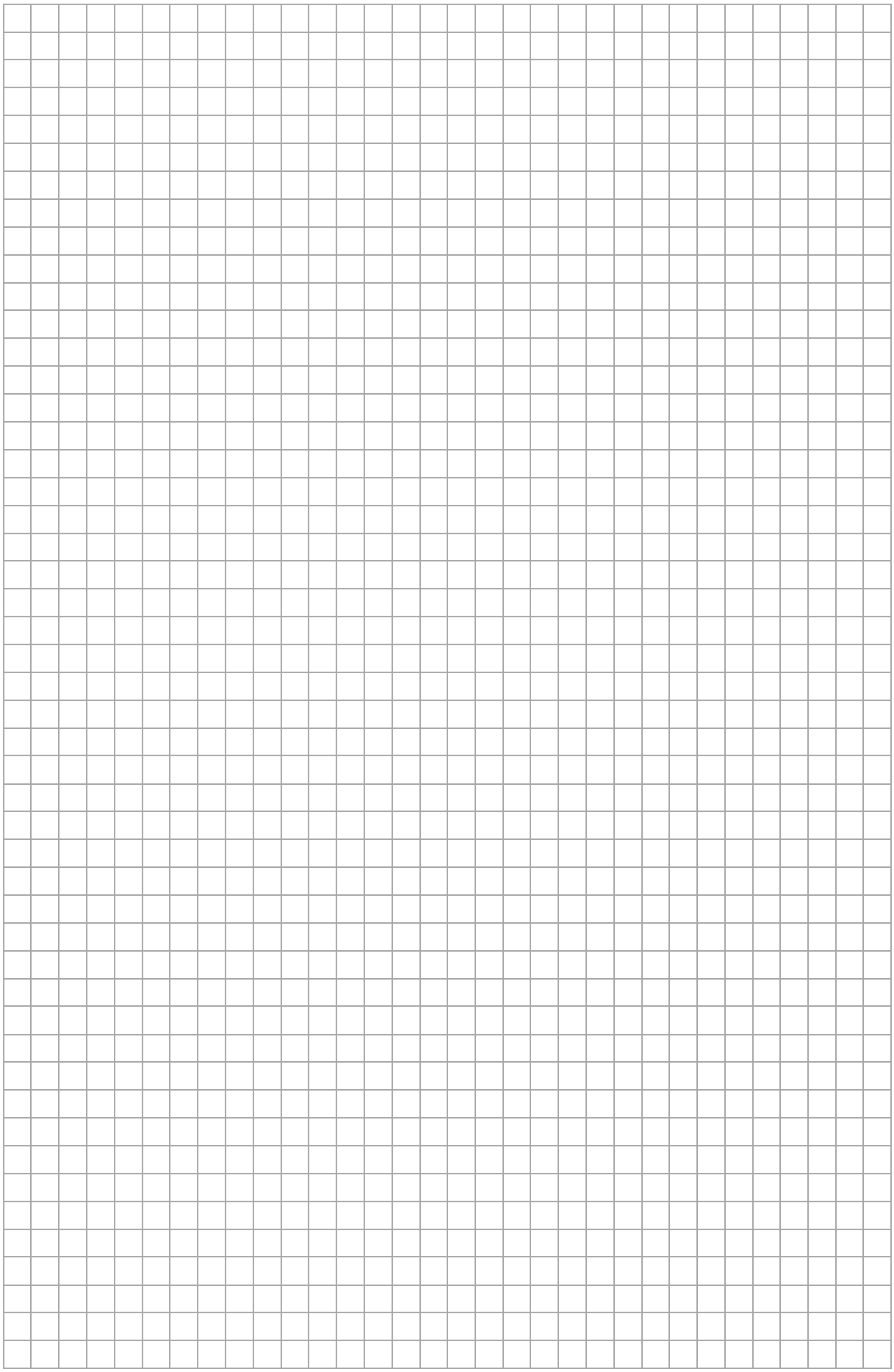
Zadanie 7. (0–3)

Rozwiąż równanie

$$x^3 + 5x^2 - 2x - 10 = 0$$

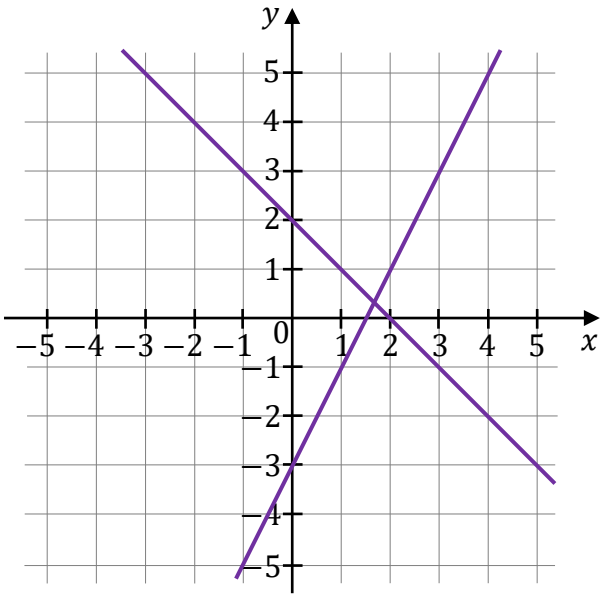
Zapisz obliczenia.





Zadanie 8. (0–1)

Na rysunku, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), przedstawiono interpretację geometryczną jednego z poniższych układów równań A–D.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Układem równań, którego interpretację geometryczną przedstawiono na rysunku, jest

A. $\begin{cases} y = x + 2 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y = x + 2 \\ y = -2x - 3 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = 2x + 3 \end{cases}$

Brudnopis

Zadanie 9. (0–2)

Funkcja $y = f(x)$ jest określona za pomocą tabeli

x	-6	-4	-2	0	2	4	6
y	-3	-4	4	1	5	0	2

Uzupełnij poniższą tabelę. Wpisz w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych literami A–E.

9.
0–1–2

9.1.	Największa wartość funkcji f jest równa	
9.2.	Miejsce zerowe funkcji f jest równe	

A. 1 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 5 **E.** 6

Brudnopis

Zadanie 10. (0–1)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 3$.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) wykres funkcji $y = f(x)$ jest prostą nachyloną do osi Ox pod kątem ostrym α.

Uzupełnij poniższe zdanie. Wpisz odpowiednią liczbę w wykropkowanym miejscu tak, aby zdanie było prawdziwe.

10.
0–1

Sinus kąta α jest równy ……. .

Brudnopis

Zadanie 11.



Pusta bańka na mleko o pojemności 10 litrów ma masę $6{,}5$ kg.
Jeden litr mleka ma masę $1{,}03$ kg.
Niech x oznacza liczbę litrów mleka w tej bańce, a $f(x)$ oznacza wyrażoną w kilogramach masę bańki wraz z mlekiem, gdzie $x \in [0, 10]$.

Zadanie 11.1. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Funkcja f jest malejąca.	**P**	**F**
Funkcja f nie ma miejsc zerowych.	**P**	**F**

Brudnopis

Zadanie 11.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Największa wartość funkcji f jest równa

A. $16{,}8$ **B.** $15{,}8$ **C.** $11{,}3$ **D.** $10{,}3$

Brudnopis

Zadanie 11.3. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja f jest określona wzorem

A. $f(x) = 6{,}5x + 1{,}03$

B. $f(x) = 1{,}03x + 10$

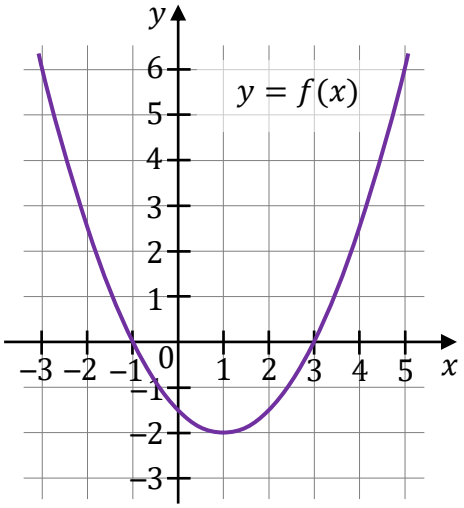
C. $f(x) = 10x + 1{,}03$

D. $f(x) = 1{,}03x + 6{,}5$

Brudnopis

Zadanie 12.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono fragment paraboli, która jest wykresem funkcji kwadratowej f (zobacz rysunek). Wierzchołek tej paraboli oraz punkty przecięcia paraboli z osią Ox układu współrzędnych mają obie współrzędne całkowite.



Zadanie 12.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wartości funkcji f jest przedział

A. $(-\infty, -2]$ **B.** $[1, +\infty)$ **C.** $[-1, 3]$ **D.** $[-2, +\infty)$

Brudnopis

Zadanie 12.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Osią symetrii wykresu funkcji f jest prosta o równaniu

A. $x = 1$ **B.** $y = 1$ **C.** $x = -2$ **D.** $y = -2$

Brudnopis

Zadanie 12.3. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja f jest określona wzorem

A. $f(x)=\frac{1}{2}(x-1)^2+2$

B. $f(x)=\frac{1}{2}(x+1)^2+2$

C. $f(x)=\frac{1}{2}(x-1)^2-2$

D. $f(x)=\frac{1}{2}(x+1)^2-2$

Brudnopis

Zadanie 13. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.
Suma n początkowych wyrazów tego ciągu wyraża się wzorem $S_n = n^2 + 2n$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Trzeci wyraz ciągu (a_n) jest równy

A. 5 **B.** 7 **C.** 13 **D.** 15

Brudnopis

Zadanie 14. (0–1)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, w którym $a_2 = 2$ oraz $a_5 = 54$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Iloraz ciągu (a_n) jest równy

A. 3 **B.** 9 **C.** $\frac{52}{3}$ **D.** 27

Brudnopis

Zadanie 15. (0–1)

Trzywyrazowy ciąg $(2m-5,\ 4,\ 9)$ jest arytmetyczny.

Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź A albo B oraz odpowiedź 1., 2. albo 3.

Ten ciąg jest

A.	rosnący	oraz	**1.**	$m=-1$
B.	malejący		**2.**	$m=2$
			3.	$m=3$

Brudnopis

Zadanie 16. (0–1)

Kąt α jest ostry oraz $\cos\alpha=\frac{24}{25}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta α jest równy

A. $\frac{7}{18}$ **B.** $\frac{7}{24}$ **C.** $\frac{7}{25}$ **D.** $\frac{18}{25}$

Brudnopis

Zadanie 17. (0–1)

W trójkącie prostokątnym ABC sinus kąta CAB jest równy $\frac{3}{5}$, a przeciwprostokątna AB jest o 8 dłuższa od przyprostokątnej BC.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość przeciwprostokątnej AB tego trójkąta jest równa

A. 18 **B.** 20 **C.** 24 **D.** 25

Brudnopis

Zadanie 18. (0–1)

Dany jest trójkąt ABC, w którym $|AB| = 5$, $|AC| = 2$ oraz $\cos|\sphericalangle BAC| = \frac{3}{5}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

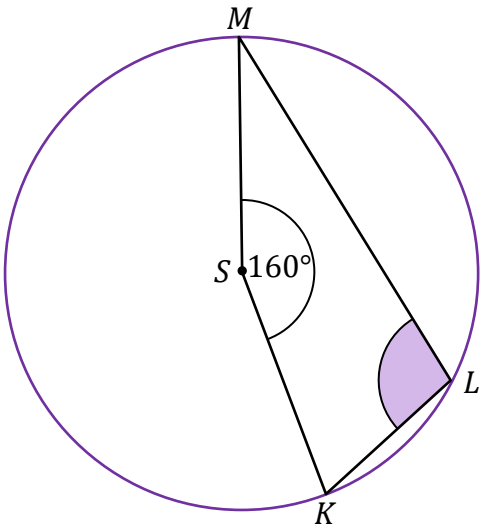
Długość boku BC tego trójkąta jest równa

A. $\sqrt{17}$ **B.** $\sqrt{23}$ **C.** $\sqrt{35}$ **D.** $\sqrt{41}$

Brudnopis

Zadanie 19. (0–1)

Punkty K, L oraz M leżą na okręgu o środku w punkcie S. Miara kąta KSM jest równa $160°$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

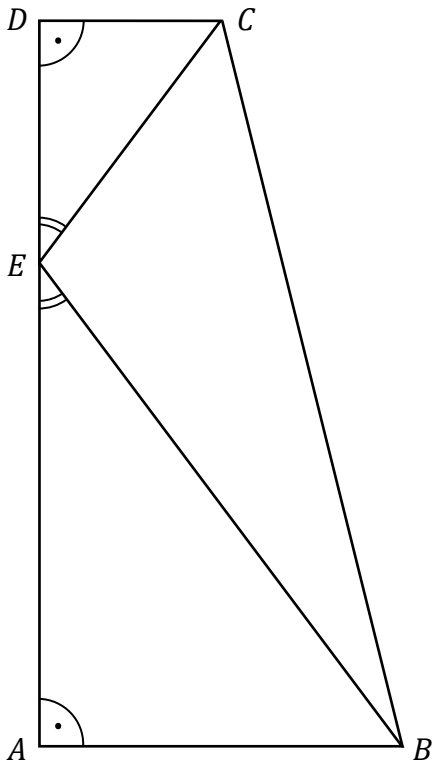
Miara kąta wpisanego KLM jest równa

A. $80°$ **B.** $90°$ **C.** $100°$ **D.** $110°$

Brudnopis

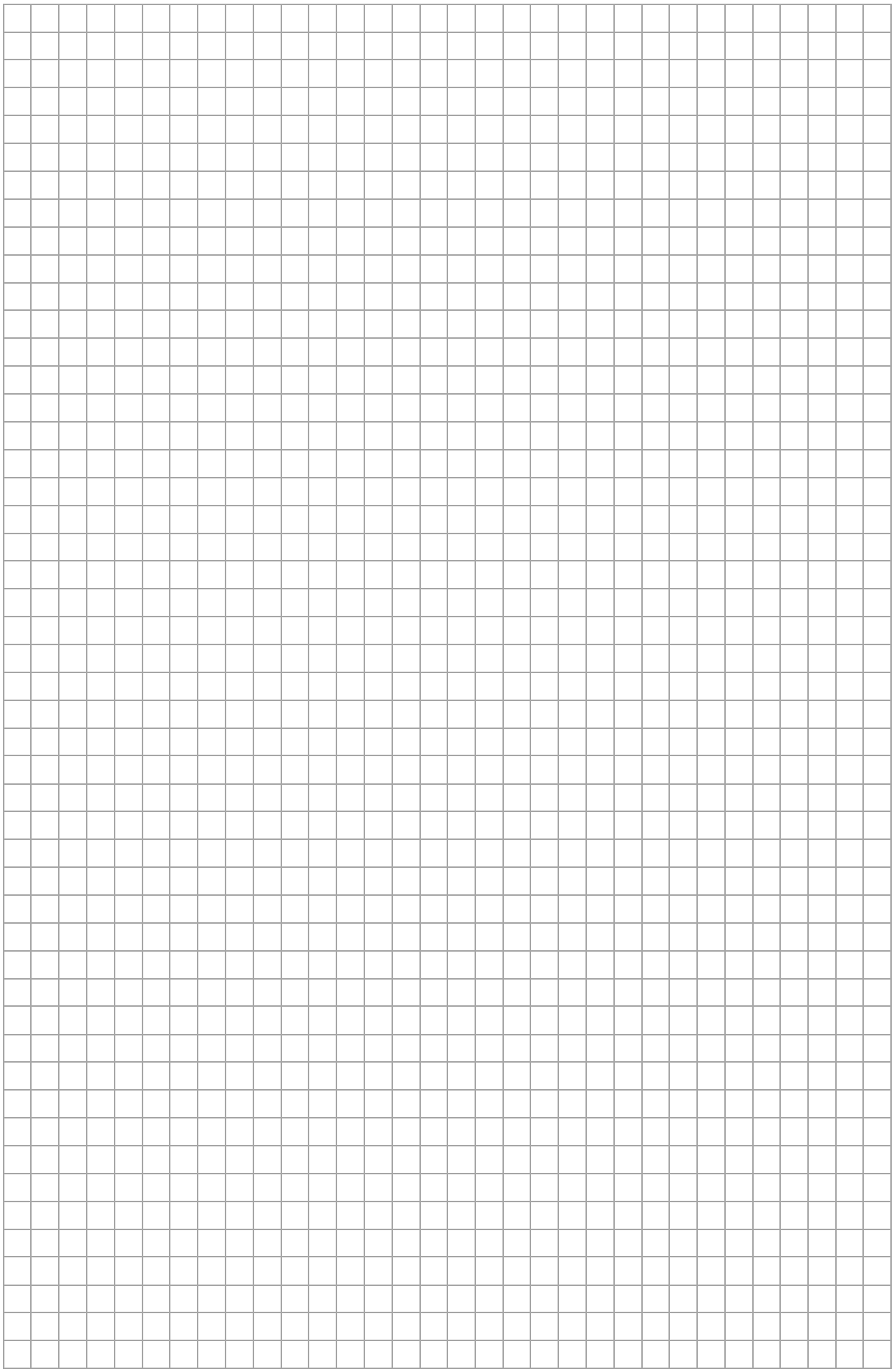
Zadanie 20. (0–2)

Podstawy trapezu prostokątnego $ABCD$ mają długości: $|AB| = 12$ oraz $|CD| = 6$. Wysokość AD tego trapezu ma długość 24. Na odcinku AD leży punkt E taki, że $|\sphericalangle BEA| = |\sphericalangle CED|$ (zobacz rysunek).



20.
0–1–2

Oblicz długość odcinka BE. Zapisz obliczenia.

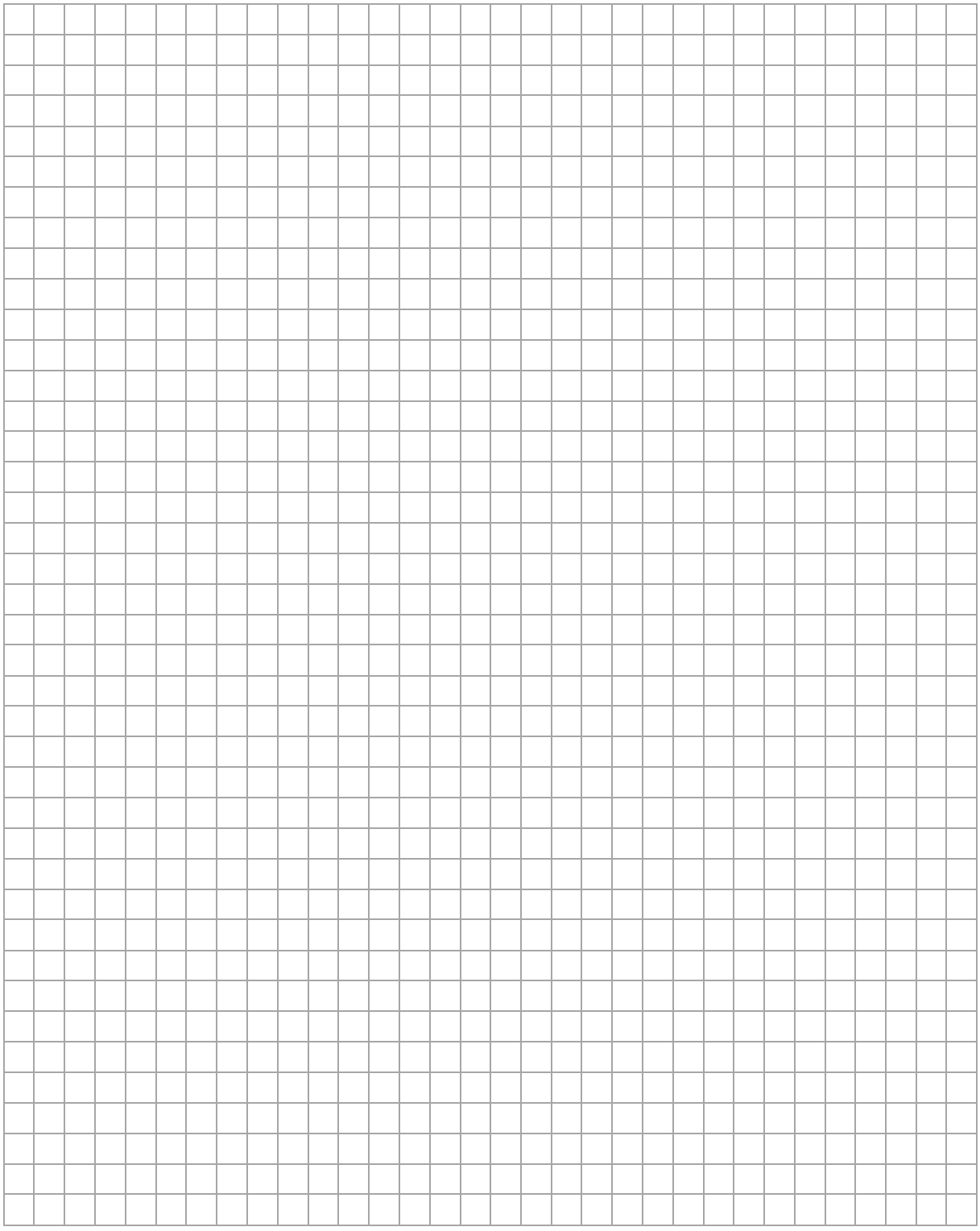


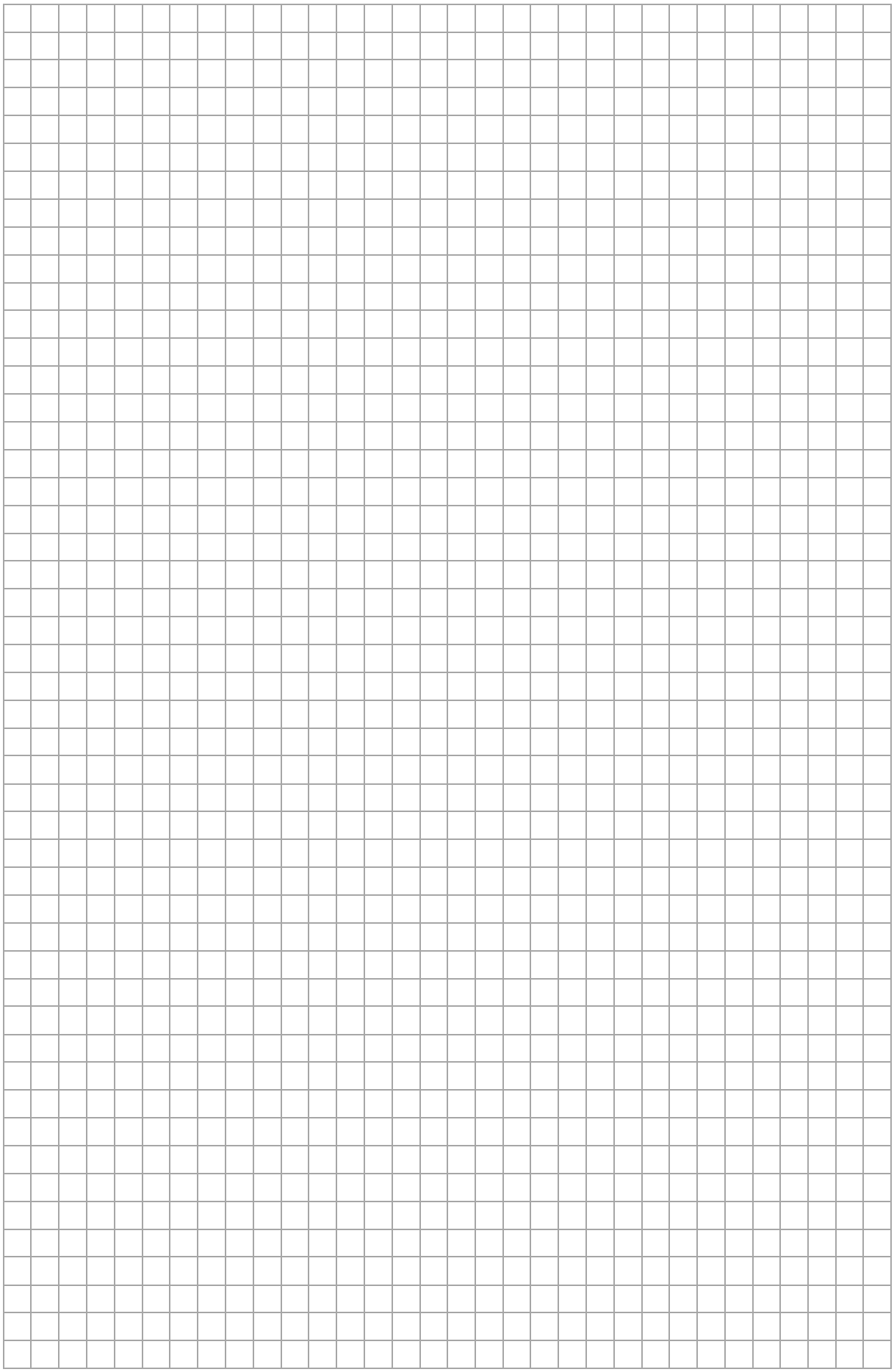
Zadanie 21. (0–4)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przekątne równoległoboku $ABCD$ przecinają się w punkcie $S = (9, 11)$. Bok AB tego równoległoboku zawiera się w prostej o równaniu $y = \frac{1}{2}x - 1$, a bok AD zawiera się w prostej o równaniu $y = 2x - 4$.

21.
0–1–2–3–4

Oblicz współrzędne wierzchołka B. Zapisz obliczenia.





Zadanie 22. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) proste k oraz l są określone równaniami

$$k\colon\ y = (3m - 2)x - 2$$

$$l\colon\ y = (2m + 4)x + 2$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k oraz l są równoległe, gdy liczba m jest równa

A. (-6) **B.** (-2) **C.** 2 **D.** 6

Brudnopis

Zadanie 23. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) odcinek o końcach $A = (-4, 7)$ oraz $B = (6, -1)$ jest średnicą okręgu $\mathcal{O}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg $\mathcal{O}$ jest określony równaniem

A. $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 41$

B. $(x - 5)^2 + (y + 4)^2 = 41$

C. $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 41$

D. $(x - 5)^2 + (y - 4)^2 = 41$

Brudnopis

Zadanie 24. (0–1)

Liczba wszystkich ścian ostrosłupa prawidłowego jest równa 12.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba wszystkich wierzchołków tego ostrosłupa jest równa

A. 10 **B.** 11 **C.** 12 **D.** 13

Brudnopis

Zadanie 25. (0–1)

Długości trzech wychodzących z jednego wierzchołka krawędzi prostopadłościanu są trzema kolejnymi liczbami naturalnymi parzystymi. Najdłuższa krawędź tego prostopadłościanu ma długość 10.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

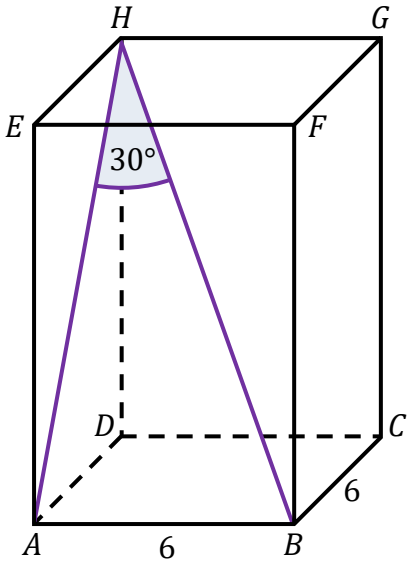
Pole powierzchni całkowitej tego prostopadłościanu jest równe

A. 376 **B.** 466 **C.** 480 **D.** 720

Brudnopis

Zadanie 26. (0–1)

Dany jest prostopadłościan $ABCDEFGH$, w którym podstawy $ABCD$ i $EFGH$ są kwadratami o boku długości 6. Przekątna BH tego prostopadłościanu tworzy z przekątną AH ściany bocznej $ADHE$ kąt o mierze $30°$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Przekątna BH tego prostopadłościanu ma długość równą

A. $4\sqrt{3}$ **B.** $6\sqrt{3}$ **C.** 12 **D.** $12\sqrt{2}$

Brudnopis

Zadanie 27. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych, w których zapisie dziesiętnym cyfra dziesiątek jest o 3 większa od cyfry jedności, jest

A. 3 **B.** 6 **C.** 7 **D.** 13

Brudnopis

Zadanie 28. (0–1)

W tabeli zestawiono liczbę punktów uzyskanych przez 32 uczniów pewnej klasy za rozwiązanie jednego z zadań testu z matematyki.

Liczba punktów	0	1	2	3	4	5
Liczba uczniów	2	2	5	6	11	6

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Średnia arytmetyczna liczby punktów uzyskanych za rozwiązanie tego zadania przez uczniów tej klasy jest równa

A. $2{,}5$ **B.** $3{,}25$ **C.** $3{,}31$ **D.** 4

Brudnopis

Zadanie 29. (0–2)

Dane są dwa zbiory: $C = \{0,\ 4,\ 5,\ 7,\ 9\}$ oraz $D = \{1,\ 2,\ 3\}$.
Losujemy jedną liczbę ze zbioru C, a następnie losujemy jedną liczbę ze zbioru D.

29.
0–1–2

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że suma wylosowanych liczb będzie większa od 9. Zapisz obliczenia.

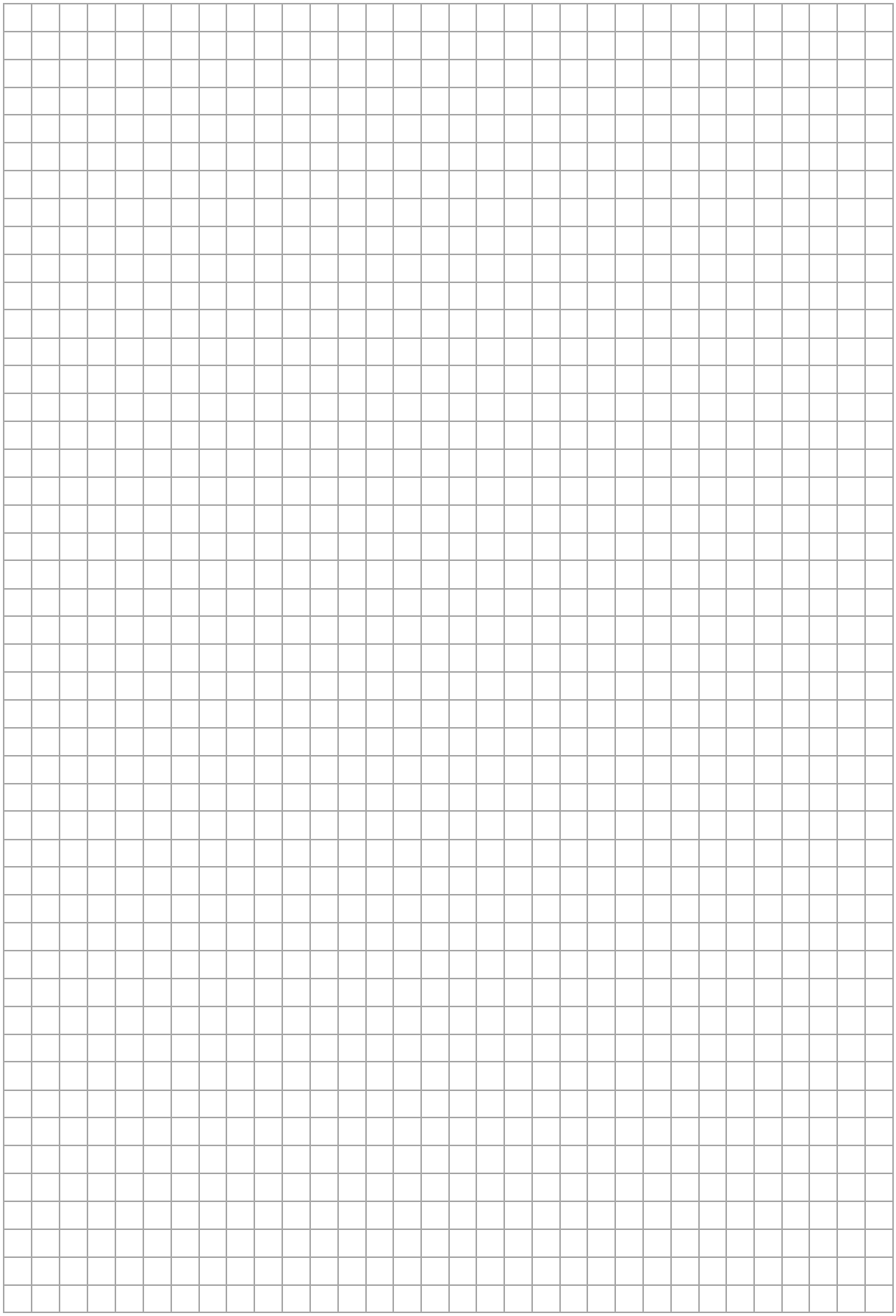
Zadanie 30. (0–3)

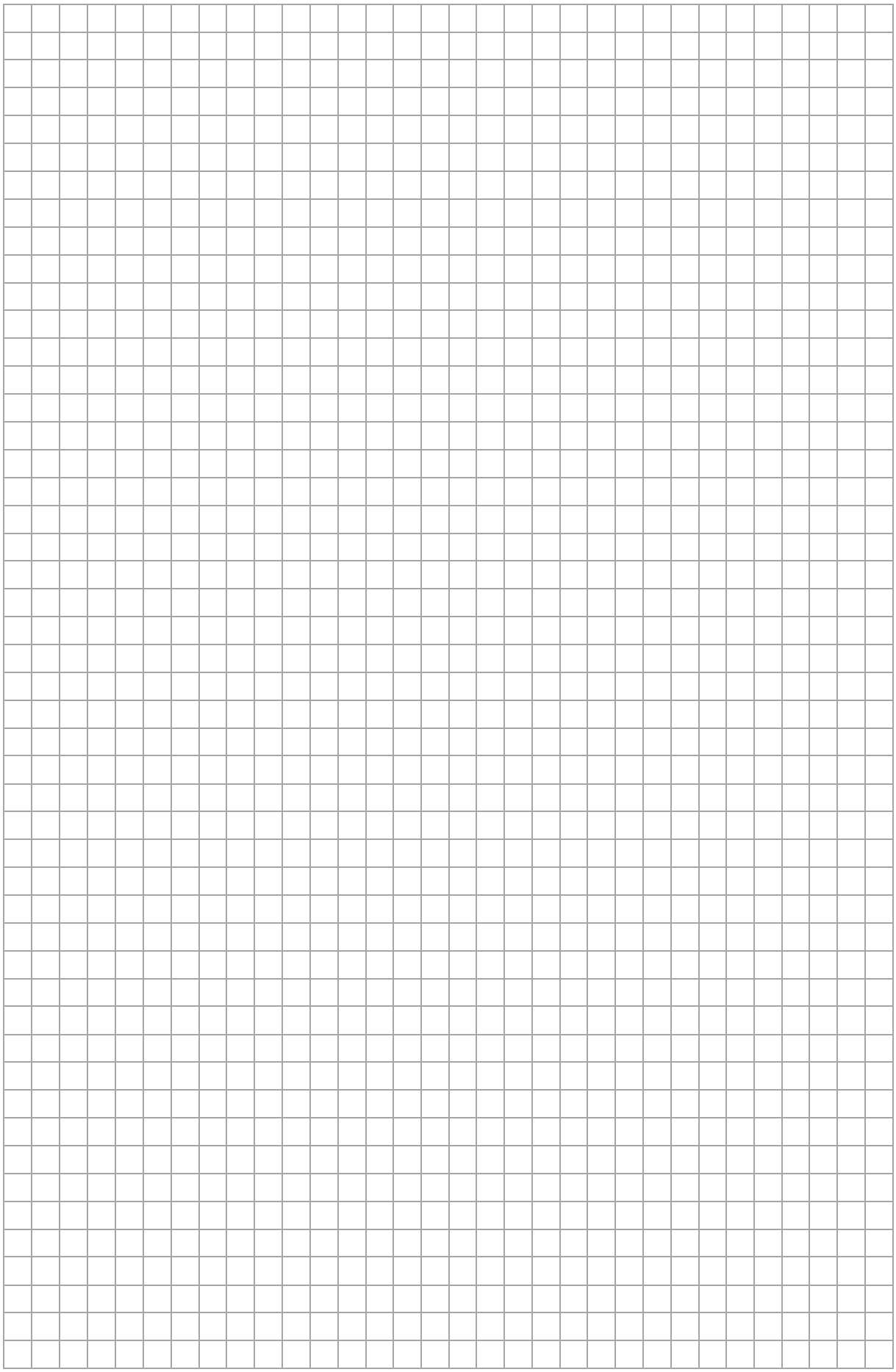
Suma dwóch nieujemnych liczb rzeczywistych x oraz y jest równa 12.

Wyznacz x oraz y, dla których wartość wyrażenia $2x^2 + y^2$ jest najmniejsza. Oblicz tę najmniejszą wartość. Zapisz obliczenia.

30.
0–1–2–3

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)





MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023