CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

MMA 2015

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

PESEL

miejsce na naklejkę

☐ dysleksja

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI
POZIOM PODSTAWOWY

DATA: **25 sierpnia 2015 r.**
GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**
CZAS PRACY: **170 minut**
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 24 strony (zadania 1–34). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–25) przenieś na kartę odpowiedzi, zaznaczając je w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ◉ i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (26–34) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

MMA-P1_1P-154

MMA 2015

Układ graficzny
© CKE 2015

W zadaniach od 1. do 25. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Jeśli $a=\frac{3}{2}$ i $b=2$, to wartość wyrażenia $\frac{a\cdot b}{a+b}$ jest równa

A. $\frac{2}{3}$ **B.** 1 **C.** $\frac{6}{7}$ **D.** $\frac{27}{6}$

Zadanie 2. (0–1)

Dany jest prostokąt o wymiarach $40\,\text{cm}\times 100\,\text{cm}$. Jeżeli każdy z dłuższych boków tego prostokąta wydłużymy o 20%, a każdy z krótszych boków skrócimy o 20%, to w wyniku obu przekształceń pole tego prostokąta

A. zwiększy się o 8%.

B. zwiększy się o 4%.

C. zmniejszy się o 8%.

D. zmniejszy się o 4%.

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $\frac{9^5\cdot 5^9}{45^5}$ jest równa

A. 45^{40} **B.** 45^9 **C.** 9^4 **D.** 5^4

Zadanie 4. (0–1)

Liczba $\sqrt{\frac{9}{7}}+\sqrt{\frac{7}{9}}$ jest równa

A. $\sqrt{\frac{16}{63}}$ **B.** $\frac{16}{3\sqrt{7}}$ **C.** 1 **D.** $\frac{3+\sqrt{7}}{3\sqrt{7}}$

Zadanie 5. (0–1)

Wartość wyrażenia $\log_5 0{,}04-\frac{1}{2}\log_{25}5\cdot\log_{25}1$ jest równa

A. -3 **B.** $-2\frac{1}{4}$ **C.** -2 **D.** 0

Zadanie 6. (0–1)

Wartość wyrażenia $(a+5)^2$ jest większa od wartości wyrażenia (a^2+10a) o

A. 50 **B.** 10 **C.** 5 **D.** 25

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

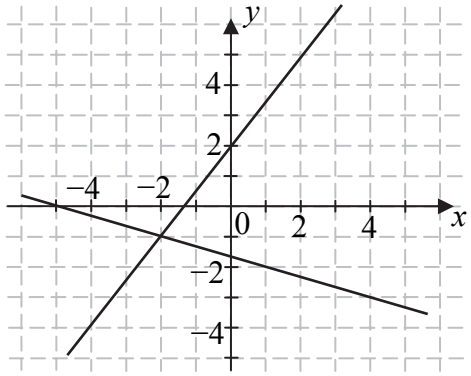
Zadanie 7. (0–1)

Na jednym z poniższych rysunków przedstawiono interpretację geometryczną układu równań

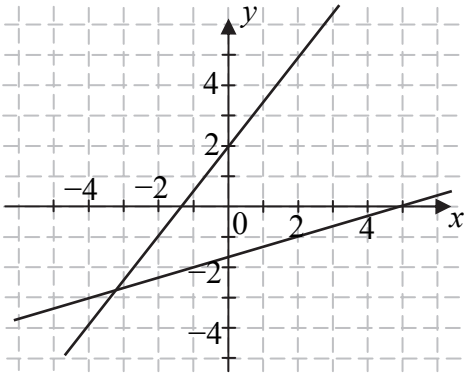
$$\begin{cases} x+3y=-5 \\ 3x-2y=-4 \end{cases}$$

Wskaż ten rysunek.

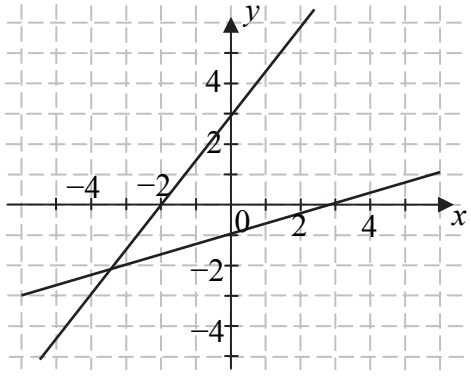
A.



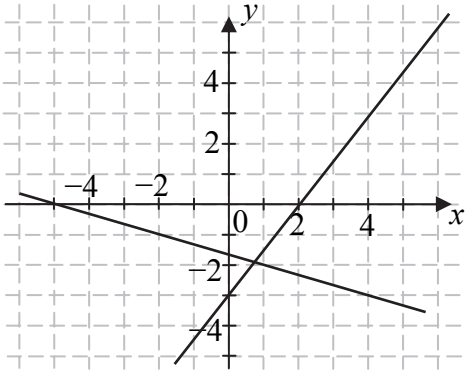
B.



C.



D.



Zadanie 8. (0–1)

Najmniejszą liczbą całkowitą spełniającą nierówność $2(x-2)\le 4(x-1)+1$ jest

A. -2 **B.** -1 **C.** 0 **D.** 1

Zadanie 9. (0–1)

Rozwiązaniem równania $x^2(x+1)=x^2-8$ jest

A. -9 **B.** -2 **C.** 2 **D.** 7

Zadanie 10. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x)=\frac{2x-8}{x}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x\neq 0$.

Wówczas wartość funkcji $f\left(\sqrt{2}\right)$ jest równa

A. $2-4\sqrt{2}$ **B.** $1-2\sqrt{2}$ **C.** $1+2\sqrt{2}$ **D.** $2+4\sqrt{2}$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 11. (0–1)

Parabola o wierzchołku $W=(-3,5)$ i ramionach skierowanych w dół może być wykresem funkcji określonej wzorem

A. $y=2\cdot(x+3)^2+5$ **B.** $y=-2\cdot(x-3)^2+5$

C. $y=-2\cdot(x+3)^2+5$ **D.** $y=-2\cdot(x-3)^2-5$

Zadanie 12. (0–1)

Wykres funkcji liniowej $y=2x-3$ przecina oś *Oy* w punkcie o współrzędnych

A. $(0,-3)$ **B.** $(-3,0)$ **C.** $(0,2)$ **D.** $(0,3)$

Zadanie 13. (0–1)

Wierzchołek paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej $y=f(x)$ ma współrzędne $(2,2)$. Wówczas wierzchołek paraboli będącej wykresem funkcji $g(x)=f(x+2)$ ma współrzędne

A. $(4,2)$ **B.** $(0,2)$ **C.** $(2,0)$ **D.** $(2,4)$

Zadanie 14. (0–1)

Wszystkie dwucyfrowe liczby naturalne podzielne przez 7 tworzą rosnący ciąg arytmetyczny. Dwunastym wyrazem tego ciągu jest liczba

A. 77 **B.** 84 **C.** 91 **D.** 98

Zadanie 15. (0–1)

Ciąg liczbowy określony jest wzorem $a_n=\frac{2^n-1}{2^n+1}$, dla $n\geq 1$. Piąty wyraz tego ciągu jest równy

A. -1 **B.** $\frac{31}{33}$ **C.** $\frac{9}{11}$ **D.** 1

Zadanie 16. (0–1)

Sinus kąta ostrego α jest równy $\frac{3}{4}$. Wówczas

A. $\cos\alpha=\frac{1}{4}$ **B.** $\cos\alpha=\frac{\sqrt{7}}{4}$ **C.** $\cos\alpha=\frac{7}{16}$ **D.** $\cos\alpha=\frac{\sqrt{13}}{16}$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 17. (0–1)

W trójkącie prostokątnym o długościach przyprostokątnych 2 i 5 cosinus większego z kątów ostrych jest równy

A. $\frac{5}{2}$ **B.** $\frac{2}{5}$ **C.** $\frac{2}{\sqrt{29}}$ **D.** $\frac{5}{\sqrt{29}}$

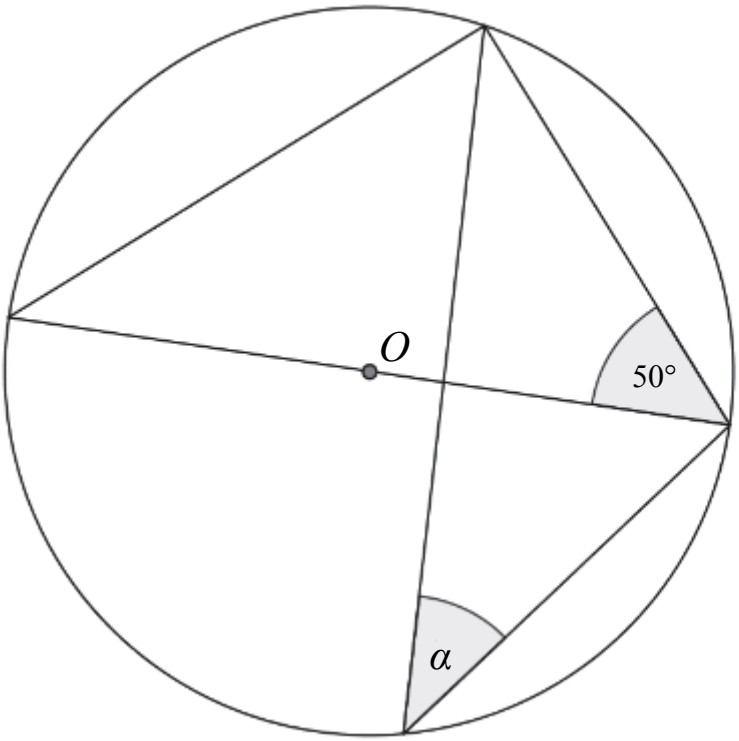
Zadanie 18. (0–1)

Pole rombu o boku 6 i kącie rozwartym $150°$ jest równe

A. $18\sqrt{2}$ **B.** 18 **C.** $36\sqrt{2}$ **D.** 36

Zadanie 19. (0–1)

W okręgu o środku O dany jest kąt o mierze $50°$, zaznaczony na rysunku.



Miara kąta oznaczonego na rysunku literą α jest równa

A. $40°$ **B.** $50°$ **C.** $20°$ **D.** $25°$

Zadanie 20. (0–1)

Współczynnik kierunkowy prostej, na której leżą punkty $A=(-4,3)$ oraz $B=(8,7)$, jest równy

A. $a=3$ **B.** $a=-1$ **C.** $a=\frac{5}{6}$ **D.** $a=\frac{1}{3}$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 21. (0–1)

Punkt $S=(2,-5)$ jest środkiem odcinka AB, gdzie $A=(-4,3)$ i $B=(8,b)$. Wtedy

A. $b=-13$ **B.** $b=-2$ **C.** $b=-1$ **D.** $b=6$

Zadanie 22. (0–1)

Dany jest trójkąt prostokątny o długościach boków a, b, c, gdzie $a<b<c$. Obracając ten trójkąt, wokół prostej zawierającej dłuższą przyprostokątną o kąt 360°, otrzymujemy bryłę, której objętość jest równa

A. $V=\frac{1}{3}a^2b\pi$ **B.** $V=a^2b\pi$ **C.** $V=\frac{1}{3}b^2a\pi$ **D.** $V=a^2\pi+\pi ac$

Zadanie 23. (0–1)

Przekątna przekroju osiowego walca, którego promień podstawy jest równy 4 i wysokość jest równa 6, ma długość

A. $\sqrt{10}$ **B.** $\sqrt{20}$ **C.** $\sqrt{52}$ **D.** 10

Zadanie 24. (0–1)

W grupie jest 15 kobiet i 18 mężczyzn. Losujemy jedną osobę z tej grupy. Prawdopodobieństwo tego, że będzie to kobieta, jest równe

A. $\frac{1}{15}$ **B.** $\frac{1}{33}$ **C.** $\frac{15}{33}$ **D.** $\frac{15}{18}$

Zadanie 25. (0–1)

Ile jest wszystkich liczb czterocyfrowych, większych od 3000, utworzonych wyłącznie z cyfr 1, 2, 3, przy założeniu, że cyfry mogą się powtarzać, ale nie wszystkie z tych cyfr muszą być wykorzystane?

A. 3 **B.** 6 **C.** 9 **D.** 27

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 26. (0–2)

Rozwiąż równanie $\frac{2x-4}{x}=\frac{x}{2x-4}$, gdzie $x \neq 0$ i $x \neq 2$.

Odpowiedź: ..... .

Zadanie 27. (0–2)

Mamy dwa pudełka: w pierwszym znajduje się 6 kul ponumerowanych kolejnymi liczbami od 1 do 6, a w drugim – 8 kul ponumerowanych kolejnymi liczbami od 1 do 8. Losujemy po jednej kuli z każdego pudełka i tworzymy liczbę dwucyfrową w ten sposób, że numer kuli wylosowanej z pierwszego pudełka jest cyfrą dziesiątek, a numer kuli wylosowanej z drugiego – cyfrą jedności tej liczby. Oblicz prawdopodobieństwo, że utworzona liczba jest podzielna przez 11.

Wypełnia egzaminator	**Nr zadania**	**26.**	**27.**
	Maks. liczba pkt	**2**	**2**
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 28. (0–2)

Rozwiąż nierówność $20x \geq 4x^2 + 24$.

Odpowiedź: ..... .

Zadanie 29. (0–2)

Kąt α jest ostry i spełnia równość $\operatorname{tg}\alpha+\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}=\frac{7}{2}$. Oblicz wartość wyrażenia $\sin\alpha\cdot\cos\alpha$.

Odpowiedź: ..... .

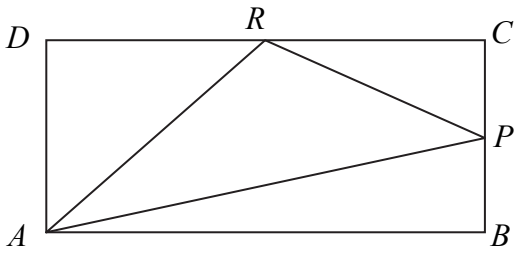
Wypełnia egzaminator	Nr zadania	28.	29.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 30. (0–2)

Wykaż, że dla wszystkich nieujemnych liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność $x^3 + y^3 \geq x^2 y + xy^2$.

Zadanie 31. (0–2)

W prostokącie $ABCD$ punkt P jest środkiem boku BC, a punkt R jest środkiem boku CD. Wykaż, że pole trójkąta APR jest równe sumie pól trójkątów ADR oraz PCR.



Wypełnia egzaminator	Nr zadania	30.	31.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 32. (0–4)

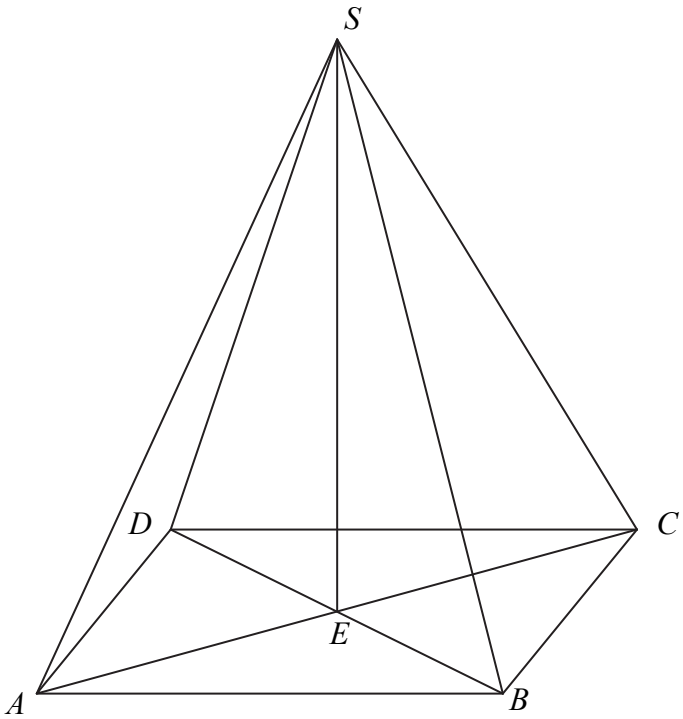
Wyznacz równanie osi symetrii trójkąta o wierzchołkach $A=(-2,2)$, $B=(6,-2)$, $C=(10,6)$.

Odpowiedź: ..... .

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	32.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 33. (0–4)

Podstawą ostrosłupa *ABCDS* jest prostokąt, którego boki pozostają w stosunku 3 : 4, a pole jest równe 192 (zobacz rysunek). Punkt *E* jest wyznaczony przez przecinające się przekątne podstawy, a odcinek *SE* jest wysokością ostrosłupa. Każda krawędź boczna tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $30°$. Oblicz objętość ostrosłupa.



Odpowiedź: ..... .

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	33.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 34. (0–5)

Funkcja kwadratowa f określona jest wzorem $f(x)=ax^2+bx+c$. Zbiorem rozwiązań nierówności $f(x)>0$ jest przedział $(0,12)$. Największa wartość funkcji f jest równa 9. Oblicz współczynniki a, b i c funkcji f.

Odpowiedź: ..... .

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	34.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS ***(nie podlega ocenie)***